

# Πρακτικές αντιμετώπισης δυσκολιών στα Μαθηματικά των μαθητών με Ειδικές Εκπαιδευτικές Ανάγκες στο Γυμνάσιο και στο Λύκειο



# Περιεχόμενα

- Κατηγορίες μαθητών με Ειδικές Εκπαιδευτικές Ανάγκες (ΕΕΑ)
- Δυσκολίες μαθητών με ΕΕΑ στα Μαθηματικά
- Προσαρμογές των ΠΣ στο Γυμνάσιο – Σύνδεση με τα ΠΜΑ των νΠΣ
- Προτάσεις υποστήριξης για το Λύκειο

# **Κατηγορίες μαθητών με Ειδικές Εκπαιδευτικές Ανάγκες (ΕΕΑ)**

# Επηρεάζουν περισσότερο άμεσα τη μαθησιακή διαδικασία

- ❑ Νοητική ανεπάρκεια ή ανωριμότητα
- ❑ Αισθητηριακές αναπηρίες όρασης ή ακοής (τυφλοί, αμβλύωπες, κωφοί, βαρήκοοι)
- ❑ Διαταραχές Ομιλίας - Λόγου
- ❑ Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες (Δυσαριθμισία, Δυσλεξία κλπ.)
- ❑ Σύνδρομο Ελλειμματικής Προσοχής με ή χωρίς Υπερκινητικότητα (ΔΕΠ-Υ)
- ❑ Διάχυτες Αναπτυξιακές Διαταραχές
- ❑ Άλλες δυσκολίες:
  - ❑ Γενικές Μαθησιακές Δυσκολίες
  - ❑ Δευτερογενείς Μαθησιακές Δυσκολίες
  - ❑ Μαθησιακό άγχος ή άγχος επίδοσης

# Επηρεάζουν λιγότερο άμεσα τη μαθησιακή διαδικασία

- Κινητικές αναπηρίες - πολλαπλές αναπηρίες
- Χρόνια μη ιάσιμα νοσήματα
- Ψυχικές διαταραχές
- Σύνθετες γνωστικές συναισθηματικές και κοινωνικές δυσκολίες
- Άλλες δυσκολίες:
  - Διαταραχές στην επικοινωνία
  - Κοινωνικές ή και συναισθηματικές δυσκολίες
  - Άλλες με συγκεκριμένη περιγραφή

# **Δυσκολίες μαθητών με ΕΕΑ στα Μαθηματικά**

# Δυσκολίες μαθητών στα Μαθηματικά

**□ Μπορεί να παρουσιάζονται και σε μαθητές χωρίς ΕΕΑ.**

## **□ Αριθμητική**

- Νοεροί και κάθετοι υπολογισμοί των τεσσάρων πράξεων
- Αναγνώριση, ταξινόμηση και σύγκριση φυσικών, ρητών κλπ. αριθμών

## **□ Άλγεβρα**

- Διαχείριση αλγεβρικών σχέσεων και εκφράσεων
- Εφαρμογή αλγεβρικών ιδιοτήτων και κανόνων

## **□ Γεωμετρία**

- Αναγνώριση και ταξινόμηση σχημάτων και στοιχείων
- Μετρήσεις μεγεθών: Μήκος, εμβαδόν κλπ.

# Ενδεικτικές δυσκολίες στην Αριθμητική

## □ Δεκαδικοί αριθμοί

- Πρόσθεση και αφαίρεση: Αγνοούν την αξία θέσης των ψηφίων.
- Πολλαπλασιασμός: Συγχέουν τη θέση της υποδιαστολής.

## □ Δυνάμεις

- Σύγχυση της συμβολικής μορφής: Γραπτά ή και προφορικά
- Σύγχυση με τον πολλαπλασιασμό: Υπολογίζουν το γινόμενο βάσης – εκθέτη.

## □ Κλάσματα

- Πρόσθεση και αφαίρεση: Πράξεις μεταξύ αριθμητών και παρονομαστών
  - Παράδειγμα 1:  $1/4 + 1/8 = 2/12$
  - Παράδειγμα 2: Χιαστί πολλαπλασιασμός αριθμητών – παρονομαστών
- Αναγνώριση μόνο ως υποδιαίρεση: Ένα μέρος από το όλο



# Ενδεικτικές δυσκολίες στην Άλγεβρα

## □ Εξισώσεις και ανισώσεις

□ Αντίληψη των συμβόλων ως αντικείμενα

□ Παράδειγμα: Στη δήλωση «Ο Δημήτρης έχει διπλάσια παιχνίδια από τον Γιώργο», το  $x$  εκφράζει τα παιχνίδια και όχι την ποσότητα.

□ Το ίσον (=) μεταφράζεται ως «κάνε την πράξη» αντί για σύμβολο σχέσης ισοδυναμίας.

□ Παράδειγμα:  $2x = 7 - 1 = 6$

## □ Ταυτότητες

□ Μεταφορά ιδιοτήτων των πράξεων

□ Παράδειγμα 1:  $(a + \beta)^2 = a^2 + \beta^2$

□ Παράδειγμα 2:  $a^2 - \beta^2 = (a - \beta)(a - \beta)$

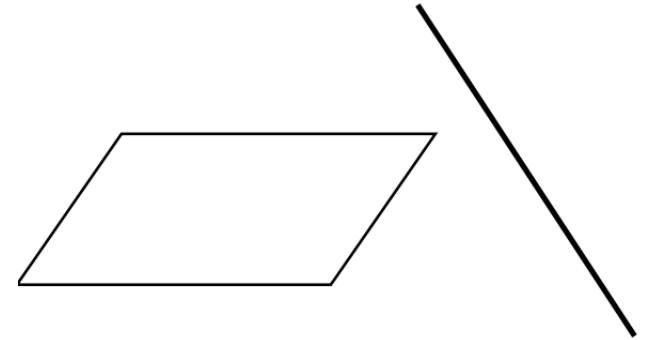
□ Τα σύμβολα αντιστοιχίζονται με τις μεταβλητές αντί για τους αλγεβρικούς όρους.

□ Παράδειγμα:  $(2x + 3y)^2 = 2x^2 + 12xy + 3y^2$

# Ενδεικτικές δυσκολίες στη Γεωμετρία

## □ Συμμετρία

- Ο άξονας αντί για παράλληλος είναι πλάγιος.
- Κάνουν μεταφορά αντί για συμμετρία.



## □ Μετρήσεις εμβαδόν

- Δε μετασχηματίζουν τα σχήματα για να στηρίξουν προσεγγίσεις τύπων.
- Δε γενικεύουν μετρήσεις για την εξαγωγή κανόνων με την έκφραση συμβόλων.

## □ Τριγωνομετρικές έννοιες

- Δεν αντιλαμβάνονται τον λόγο δύο πλευρών ενός τριγώνου ως αριθμό.
- Αδυνατούν να συνδέσουν τον λόγο των δύο πλευρών με το μέτρο της γωνίας.

**Προσαρμογές των  
ΠΣ στο Γυμνάσιο –  
Σύνδεση με τα ΠΜΑ  
των νέων ΠΣ**

# Κοινή μαθηματική δραστηριότητα

- ❑ Θα πρέπει να καλύπτει τις ανάγκες του/της μαθητή/ήτριας.
- ❑ Οι μαθητές/ήτριες θα πρέπει να:
  - ❑ Αναπτύσσουν τις δικές τους δυνατότητες.
  - ❑ Επεξεργάζονται και να οικοδομούν τη σχολική γνώση.
  - ❑ Διαμορφώνουν νόημα και θετικά κίνητρα για τα μαθηματικά.
- ❑ Η συμμετοχή στο κοινό πρόγραμμα της τάξης:
  - x Δε σχετίζεται με κάποιο εξατομικευμένο πρόγραμμα.
  - x Δε στοχεύει στην άμεση αντιμετώπιση κάποιας διαταραχής.
  - ✓ Στοχεύει στην ενίσχυση της προσπάθειας του μαθητή.
  - ✓ Απευθύνεται σε αυτόν και όλους τους συμμαθητές.
  - ✓ Να αποκτήσει την ικανότητα «να μάθει πώς να μαθαίνει».
  - ✓ Να ενισχύσει την κοινή συλλογική ταυτότητα του μέλους της σχολικής ομάδας.

# Τι είναι μία μαθηματική δραστηριότητα;

Είναι μια κατάσταση κατά την οποία το άτομο καλείται να δράσει, να αποφασίσει, να επιλέξει, να κατασκευάσει, κλπ. Για τη δράση αυτή κινητοποιεί την προηγούμενη γνώση, η οποία αν δεν είναι επαρκής, το άτομο την επανεξετάζει, την επανοργανώνει και τη διευρύνει.

*Nesher & Kilpatrick (1990) και Cobb et al. (1996)*

## **□ Στόχοι της μαθηματικής δραστηριότητας**

- Να οδηγεί σε μία κατάσταση προβληματισμού.
- Να εκφράζουν ρητά αυτά που έχουν κάνει.
- Να αποκτούν συνείδηση των μαθηματικών εννοιών.
- Να αναπτύσσουν μεταγνωστικές στρατηγικές.



Πολύ  
θεωρητικά  
όλα αυτά;

Ας τα δούμε  
στην πράξη!

# Ταυτότητες Γ' Γυμνασίου

Ποιες δυσκολίες /  
παρανοήσεις /  
συγχύσεις  
αντιμετωπίζουν οι  
μαθητές σας;

Με ποιον/ποιους  
τρόπο/ους τις  
αντιμετωπίζετε;

# Προσαρμογές στις Ταυτότητες της Γ' Γυμνασίου

## □ Διδακτικοί στόχοι των υφιστάμενων ΠΣ

□ Να γνωρίζουν και να αποδεικνύουν τις βασικές ταυτότητες:

$$\square (a \pm \beta)^2 = a^2 \pm 2a\beta + \beta^2 \text{ και } (a + \beta)(a - \beta) = a^2 - \beta^2$$

$$\square (a \pm \beta)^3 = a^3 \pm 3a^2\beta + 3a\beta^2 \pm \beta^3, a^3 + \beta^3 = (a + \beta)(a^2 - a\beta + \beta^2) \text{ και } a^3 - \beta^3 = (a - \beta)(a^2 + a\beta + \beta^2)$$

## □ Προσαρμοσμένοι στόχοι

□ Προσεγγίζουν την έννοια της ταυτότητας.

□ Δημιουργούν και αναγνωρίζουν τις βασικές ταυτότητες μέσα από γεωμετρικές παραστάσεις.

## □ ΠΜΑ νέων ΠΣ

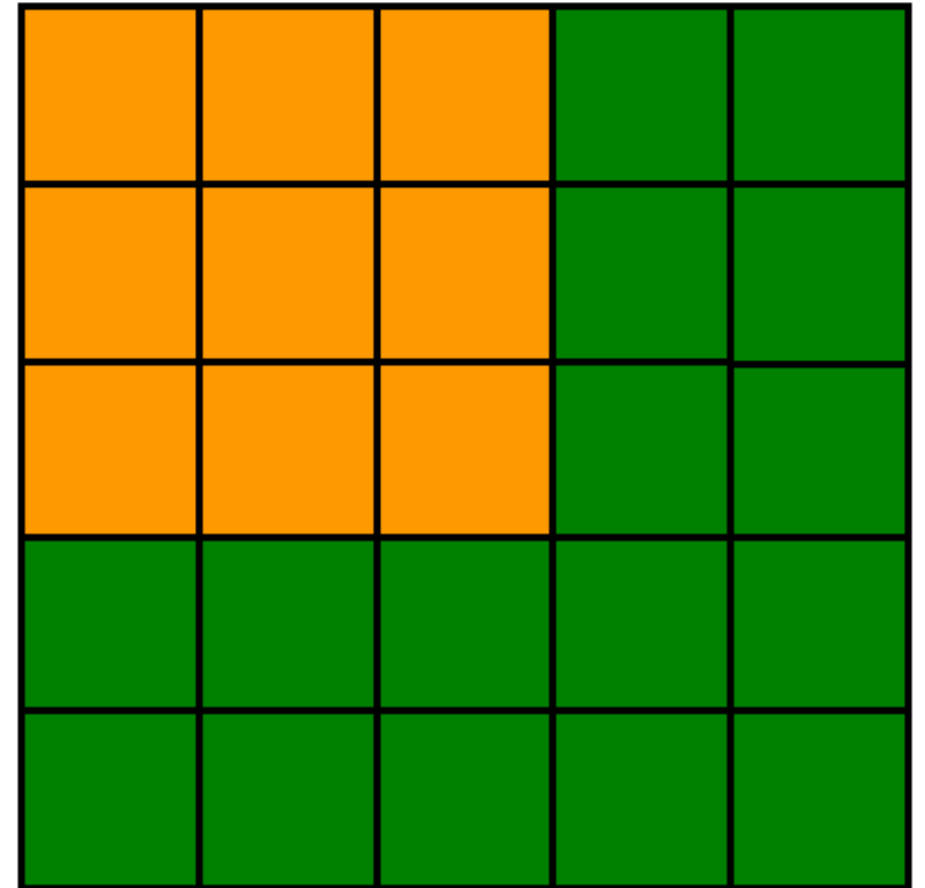
□ Διερευνούν και να αποδεικνύουν αλγεβρικά και να ερμηνεύουν (όπου είναι δυνατόν) γεωμετρικά τις ταυτότητες:  $(a \pm \beta)^2 = a^2 \pm 2a\beta + \beta^2$ ,  $a^2 - \beta^2 = (a - \beta)(a + \beta)$ .

□ Χρησιμοποιούν τις ταυτότητες για να μετατρέπουν αλγεβρικές παραστάσεις σε άλλη μορφή.



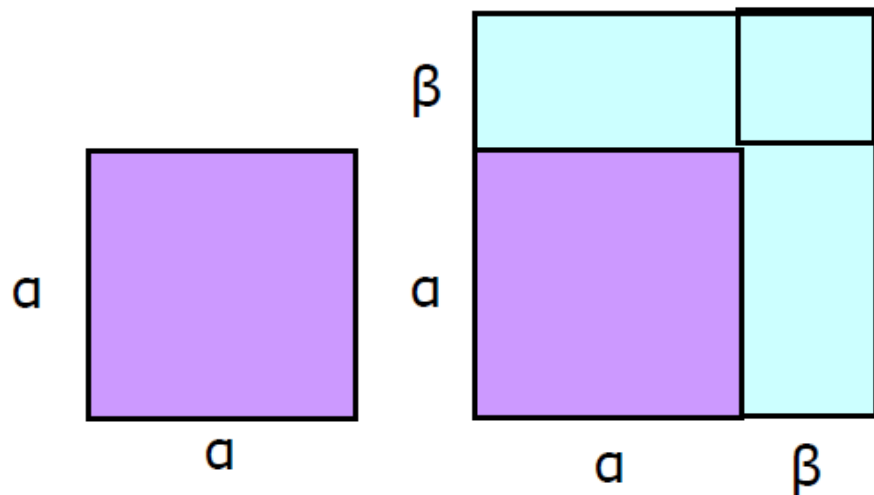
# Προτεινόμενη Δραστηριότητα 1

- Η πλευρά ενός τετραγώνου είναι 3 cm. Πόσα τετραγωνικά εκατοστά είναι η επιφάνειά του.
- Αν αυξήσουμε την κάθε πλευρά κατά 2 cm, πόσο θα αυξηθεί το εμβαδόν της επιφάνειά του;
- Δώσε μια απάντηση με το νου, στη συνέχεια επιβεβαίωσε την απάντηση με βάση το σχήμα.

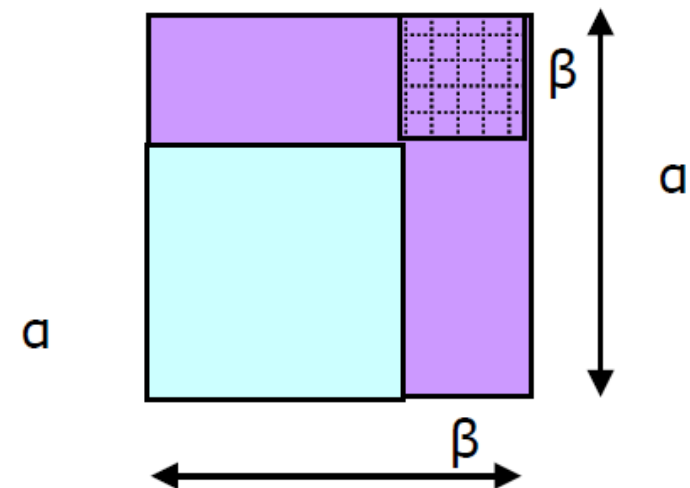


# Προτεινόμενη Δραστηριότητα 2

- ❑ Κατασκεύασε ένα τετράγωνο με πλευρά  $a$  και αύξησε κατά  $\beta$  κάθε πλευρά.
- ❑ Συμπλήρωσε με τα απαραίτητα κομμάτια.
- ❑ Δοκίμασε να μεταφέρεις το συμπέρασμα στον υπολογισμό της παράστασης  $(a + \beta)^2$ .



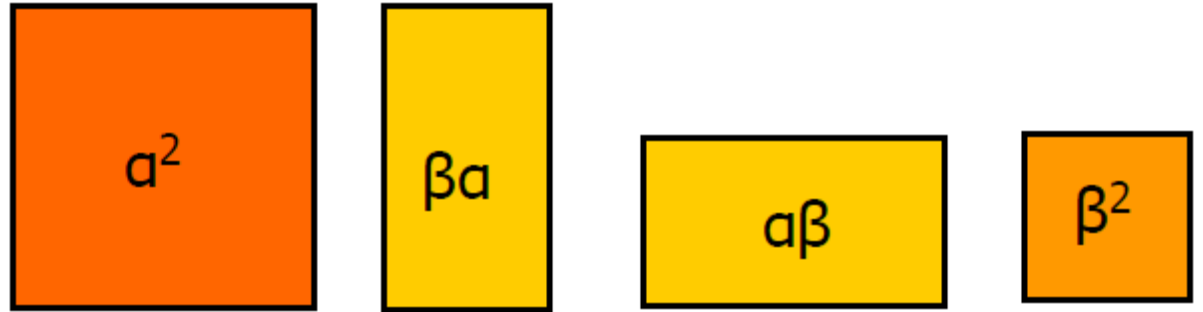
- ❑ Κατασκεύασε ένα ίδιο τετράγωνο με πλευρά  $a$  και μείωσε κάθε πλευρά κατά  $\beta$ . Αφαίρεσε τα απαραίτητα κομμάτια.
- ❑ Δοκίμασε να μεταφέρεις το συμπέρασμα στον υπολογισμό της παράστασης  $(a - \beta)^2$ .



# Προτεινόμενες Δραστηριότητες 3 & 4

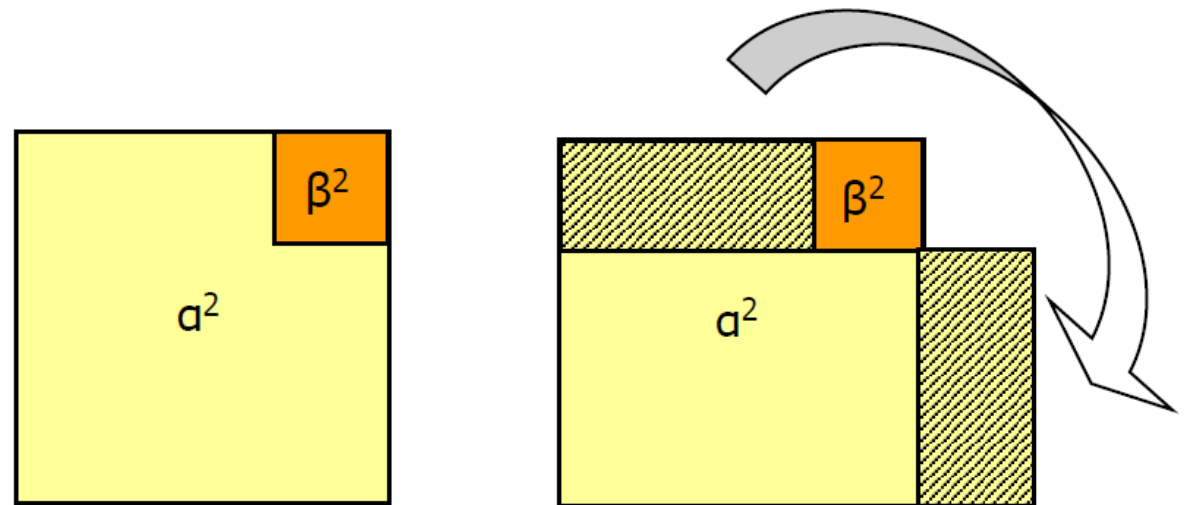
## Δραστηριότητα 3

- Τα διπλανά σχήματα δημιουργούν ένα τετράγωνο.
- Βρες τον τρόπο.

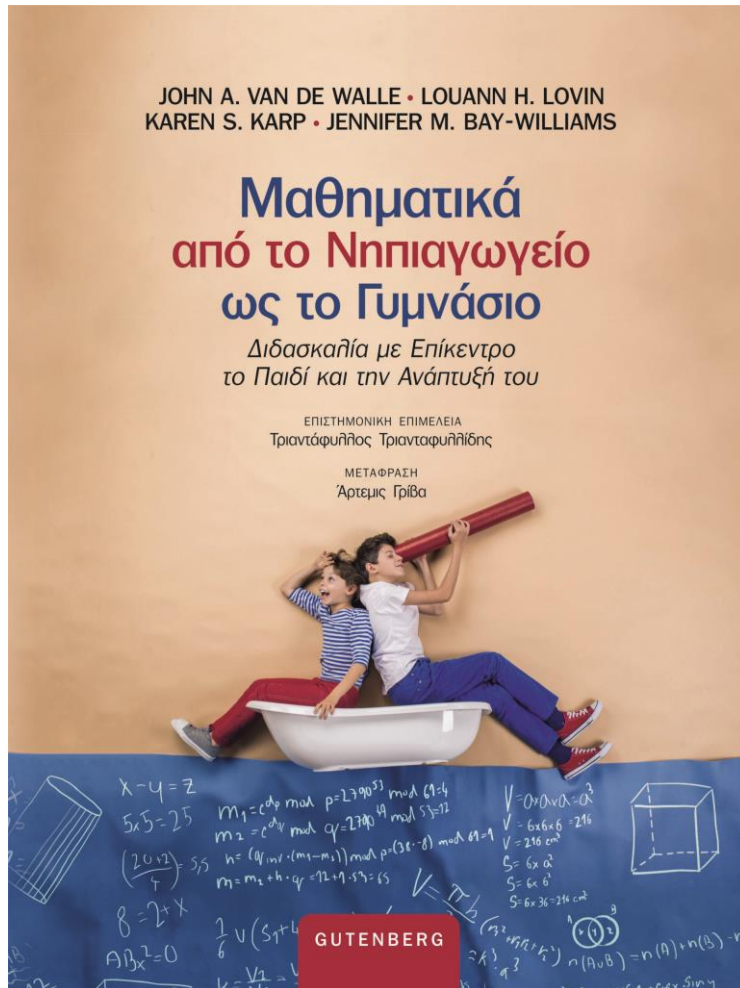


## Δραστηριότητα 4

- Από το διπλανό τετράγωνο  $a^2$  έχουμε κόψει ένα μικρότερο  $\beta^2$ . Πόση είναι η επιφάνεια του σχήματος που παραμένει;
- Δοκίμασε να μεταφέρεις το συμπέρασμα στον υπολογισμό της παράστασης  $a^2 - \beta^2$ .



# Προτεινόμενη Βιβλιογραφία



**Van De Walle, J. και συν. (2017)**

*Μαθηματικά από το Νηπιαγωγείο ως το Γυμνάσιο*



# **Προτάσεις υποστήριξης για το Λύκειο**

# Ανάπτυξη μεταγνωστικών δεξιοτήτων

## □ Παρουσίαση του μαθήματος με ρητές αναφορές

- Των Προσδοκώμενων Μαθησιακών Αποτελεσμάτων (ΠΜΑ)
- Των προαπαιτούμενων γνώσεων και εργαλείων προηγούμενων διδασκαλιών
- Των μέσων που θα χρησιμοποιηθούν
- Της χρησιμότητας για μελλοντικές διδασκαλίες
- Έντυπη ή ψηφιακή παρουσίαση

## □ Διαβάθμιση διδακτικών στόχων – δυσκολίας έργων

- Ενεργοποίηση προηγούμενων γνώσεων
- Σύνδεση δραστηριοτήτων, έργων και ασκήσεων με συγκεκριμένα ΠΜΑ
- Διαβάθμιση δυσκολίας σύμφωνα με τα απαιτούμενα ΠΜΑ και την Ταξινόμια του Bloom
- Σύνδεση με προηγούμενες γνώσεις μόνο στο τέλος κάθε Ενότητας ή Κεφαλαίου

# Ανάπτυξη μεταγνωστικών δεξιοτήτων

## □ Ανασκόπηση της διδασκαλίας

- Σύντομη περιγραφή όσων προηγήθηκαν στη διδασκαλία μας
- Των μεθόδων, των σημαντικών σημείων και των βαθμών δυσκολίας
- Σαφείς συνδέσεις μεταξύ αποτελέσματος και διδασκαλίας
- Αναφορά στις δυσκολίες – απορίες των μαθητών και πώς τις ξεπερνάμε.

## □ Αυτοαξιολόγηση των γνώσεων

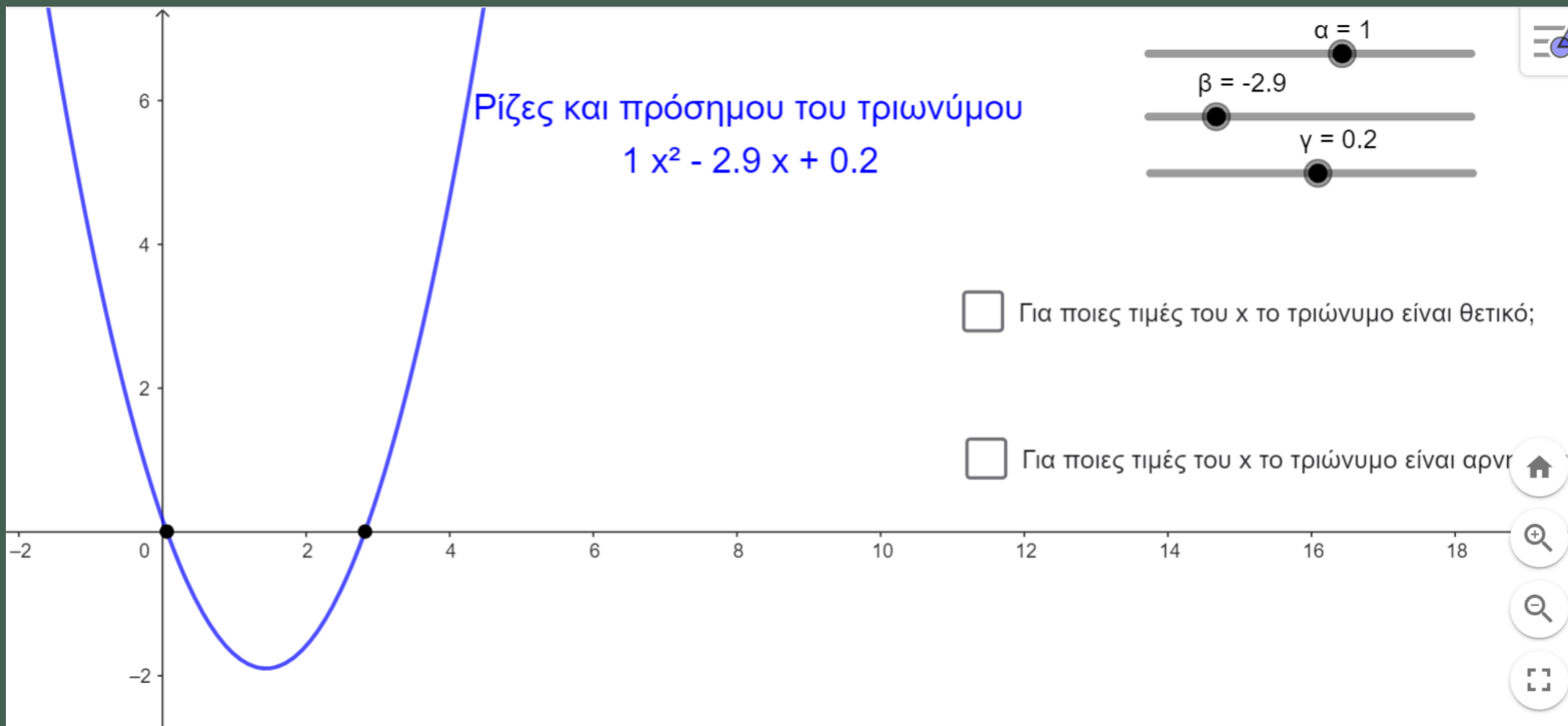
- Σύντομη κλείδα αξιολόγησης για το βαθμό κατάκτησης των ΠΜΑ
- Διατυπωμένοι σε α' ενικό πρόσωπο
- Απλουστευμένες διατυπώσεις
- Απαντήσεις διαβαθμισμένης κλίμακας τύπου Likert (Πάρα πολύ έως Καθόλου)
- Προαιρετικά και μια ερώτηση ανοιχτού τύπου

# Αξιοποίηση ψηφιακών εργαλείων

- Άμεση αλληλεπίδραση μαθητών
- **Αναγκαίες προϋποθέσεις**
  - Εργαλεία ανοιχτού κώδικα
  - Προσβάσιμα από τους μαθητές της τάξης
  - Εύχρηστα ως προς τη λειτουργικότητα
  - Κατάλληλα για τη διδασκαλία ή το μάθημα
- **GeoGebra Algebra & Geometry**
- **ThatQuiz**
- **Ηλεκτρονική Σχολική Τάξη (eClass)**



# Παράδειγμα εφαρμογής με τη χρήση του GeoGebra Algebra (Φωτιάδης, 2024)



# Παράδειγμα εφαρμογής ThatQuiz

Έκταση  ▾  
Επίπεδο  ▾  
Χρόνος  ▾  
Επεξήγηση  ▾

Σημείου (y)   
Σημείου 0,5(y)   
Σημείου (x)   
Σημείου  $\frac{1}{2}(x)$    
Παρενθέσεις

Απλοποιήσεις   
Παράγοντες   
Διχοτόμηση   
Σημεία Τομής x`x   
Κλίση   
Γράφημα   
Τύποι   
< > ≤ ≥  
Γράφημα   
Τύποι

Γραμμές   
Παραβολές   
Κάθε εξίσωση

Δημιουργία συνδέσμου

## Άλγεβρα

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 7x + 24$$

Υπάρχουν σημεία τομής στον x`x  
(Για ποιες τιμές του x έχουμε y=0)

x =  ή

Σωστό   
Λάθος   
Χρόνος

# Παράδειγμα Ηλεκτρονικής Σχολικής Τάξης

The screenshot shows a web-based classroom interface. On the left is a dark sidebar with a logo of a desk and books, labeled "η·τάξη". Below the logo are navigation options: "Ενεργά εργαλεία" (Active tools) and "Ανενεργά εργαλεία" (Inactive tools). Under "Ενεργά εργαλεία", "Ασκήσεις" (Exercises) is highlighted. Other options include "Εγγραφα", "Εργασίες", "Μηνύματα", "Ομάδες Χρηστών", and "Συνδέσεις Διαδικτύου". Under "Ανενεργά εργαλεία", there are "Διαχείριση μαθήματος" (Course management) and "Διαχείριση μαθήματος" (Course management).

The main content area has a breadcrumb trail: "Χαρτοφυλάκιο / Α' Λυκείου - Άλγεβρα / Ασκήσεις / Προεπισκόπηση". Below this, the title "Α' Λυκείου - Άλγεβρα" is displayed with a toggle switch and a help icon. Underneath is "Ασκήσεις".

The "Προεπισκόπηση" (Preview) section features three buttons: "Εκτέλεση" (Execute), "Διαχείριση ερωτήσεων" (Manage questions), and "Επιστροφή" (Return).

The main content area displays a blue header for the exercise: "Επανάληψη: 2. Οι Πραγματικοί Αριθμοί". Below this, two question sections are visible:

- Ερώτηση: 1**  
3 ερωτήσεις από την κατηγορία 'Πραγματικοί - Ανάκλησης'
- Ερώτηση: 4**  
5 ερωτήσεις από την κατηγορία 'Πραγματικοί - Εφαρμογής'

# Παράδειγμα Ηλεκτρονικής Σχολικής Τάξης

## Ερώτηση 1 (Πολλαπλής Επιλογής (Πολλαπλές Απαντήσεις) — 1 βαθμός)

Σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις οι διαγώνιοι τέμνονται κάθετα;

- Ορθογώνιο
- Ρόμβος
- Τετράγωνο
- Τραπεζίο

## Ερώτηση 2 (Συμπλήρωση Κενών (Χαλαρή Ταυτοποίηση) — 1 βαθμός)

Συμπληρώστε τις λέξεις που λείπουν

Στο τετράγωνο και τον , όλες οι πλευρές είναι ίσες μεταξύ τους. Στον ρόμβο οι διαγώνιοι  τις γωνίες του.

## Ερώτηση 3 (Συμπλήρωση Κενών (Χαλαρή Ταυτοποίηση) — 1 βαθμός)

Συμπληρώστε τα κενά

Η διάμεσος ορθογώνιου τριγώνου που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με το μισό της . Η διάμεσος του τραπέζιου είναι  προς τις βάσεις του και ίση με το ημιάθροισμά τους.

## Ερώτηση 4 (Συμπλήρωση Κενών (Χαλαρή Ταυτοποίηση) — 1.5 βαθμοί)

Συμπληρώστε τα κενά

Οι διαγώνιοι ενός παραλληλογράμμου . Οι διαγώνιοι ενός ορθογωνίου είναι μεταξύ τους . Οι διαγώνιοι ενός ρόμβου τέμνονται .

## Ερώτηση 6 (Σωστό / Λάθος — 1 βαθμός)

Κάθε τετράγωνο είναι και ρόμβος

- Σωστό
- Λάθος

✖ Εκκαθάριση

## Ερώτηση 7 (Αντιστοίχιση — 1.5 βαθμοί)

Να κάνετε τις αντιστοιχίες

Στήλη A	Κάντε την αντιστοιχία	Στήλη B
1. Στο ορθογώνιο οι διαγώνιοι...	-- <input type="text"/>	A. διχοτομούν τις γωνίες και τέμνονται κάθετα.
2. Στον ρόμβο οι διαγώνιοι...	-- <input type="text"/>	B. διχοτομούνται.
3. Στο τετράγωνο οι διαγώνιοι...	-- <input type="text"/>	C. διχοτομούνται κάθετα.

## Ερώτηση 8 (Αντιστοίχιση — 2.25 βαθμοί)

Τι είδους τρίγωνα δημιουργούνται όταν φέρουμε τις διαγώνιους στα αντίστοιχα παραλληλόγραμμα;

Στήλη A	Κάντε την αντιστοιχία	Στήλη B
1. Ορθογώνιο	-- <input type="text"/>	A. Ισοσκελή οξυγώνια κι αμβλυγώνια
2. Ρόμβος	-- <input type="text"/>	B. Ισοσκελή ορθογώνια
3. Τετράγωνο	-- <input type="text"/>	C. Σκαληνά οξυγώνια κι αμβλυγώνια
		D. Σκαληνά ορθογώνια

# Απάντηση στις ερωτήσεις που θέσατε

**Ποιες είναι οι πιο αποτελεσματικές πρακτικές αντιμετώπισης μαθησιακών δυσκολιών σε παιδιά με ΔΕΠ-Υ στα Μαθηματικά του Λυκείου; Παραδείγματα;**

*Σ.Λ. 2<sup>ο</sup> ΓΕ.Λ. Ξάνθης*

**Τι γίνεται στην περίπτωση που οι γονείς ενός μαθητή αρνούνται να δεχθούν ότι το παιδί τους έχει μαθησιακές δυσκολίες και δε χρειάζεται να αξιολογηθεί η κατάσταση του από κάποιο ΚΕΔΑΣΥ;**

*Κ.Λ. 2<sup>ο</sup> ΕΠΑ.Λ. Ξάνθης*

*Ευχαριστούμε για τη συμμετοχή σας!*